

14/01/2026

$$x_1, x_2 \rightarrow S, P \rightarrow x^2 - Sx + P = 0$$

13.46

$$\begin{aligned} \begin{cases} 3x_1x_2 + 2x_1 + 2x_2 = 19 \\ 2x_1x_2 - x_1 - x_2 = 1 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 3x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 19 \\ 2x_1x_2 - (x_1 + x_2) = 1 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} 3P + 2S = 19 \\ 2P - S = 1 \end{cases} &\xrightarrow{\cdot 2} \begin{cases} 3P + 2S = 19 \\ 4P - 2S = 2 \end{cases} \xrightarrow{(+)} 7P = 21 \Rightarrow P = 3 \\ \Rightarrow P = 3 \text{ na } 9 + 2S = 19 &\Rightarrow 2S = 10 \Rightarrow S = 5. \\ \text{Oportez } x^2 - Sx + P = 0 &\Rightarrow \boxed{x^2 - 5x + 3 = 0} \end{aligned}$$

13.48

$$\alpha^2 + \beta^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (x_1 + x_2)^2 + x_1^2 x_2^2 &= 2x_1 + 2x_2 - 6x_1x_2 - 10 \Rightarrow \\ (x_1 + x_2)^2 + (x_1x_2)^2 &= 2(x_1 + x_2) - 6x_1x_2 - 10 \Rightarrow \\ S^2 + P^2 &= 2S - 6P - 10 \Rightarrow \\ S^2 + P^2 - 2S + 6P + 10 &= 0 \Rightarrow \\ S^2 - 2S + 1 + P^2 + 6P + 9 &= 0 \Rightarrow \\ (S-1)^2 + (P+3)^2 &= 0 \Rightarrow \\ \begin{cases} S-1=0 \\ P+3=0 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} S=1 \\ P=-3 \end{cases} \\ \text{Apda } x^2 - Sx + P = 0 &\Rightarrow \boxed{x^2 - x - 3 = 0} \end{aligned}$$

13.49

$$x_1, x_2: \text{pijes ms } x^2 - 2x - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = -4 \end{cases}$$

$$x_3, x_4: \text{pijes ms } x^2 - 3x - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_3 + x_4 = 3 \\ x_3 \cdot x_4 = -6 \end{cases}$$

$$p_1 = x_1 x_3 + x_2 x_4$$

$$p_2 = x_1 x_4 + x_2 x_3$$

$$S = p_1 + p_2 = x_1 x_3 + x_2 x_4 + x_1 x_4 + x_2 x_3 = x_1(x_3 + x_4) + x_2(x_4 + x_3) = \\ = (x_3 + x_4)(x_1 + x_2) = 3 \cdot 2 = 6$$

$$P = p_1 \cdot p_2 = (x_1 x_3 + x_2 x_4)(x_1 x_4 + x_2 x_3) = \\ = x_1 x_3(x_1 x_4 + x_2 x_3) + x_2 x_4(x_1 x_4 + x_2 x_3) = \\ = x_1^2 x_3 x_4 + x_1 x_2 x_3^2 + x_1 x_2 x_4^2 + x_2^2 x_3 x_4 = \\ = -6x_1^2 - 4x_3^2 - 4x_4^2 - 6x_2^2 = \\ = -6(x_1^2 + x_2^2) - 4(x_3^2 + x_4^2) = \\ = -6((x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2) - 4((x_3 + x_4)^2 - 2x_3 x_4) = \\ = -6(2^2 - 2 \cdot (-4)) - 4(3^2 - 2(-6)) = \\ = -6 \cdot 12 - 4 \cdot 21 = -72 - 84 = -156$$

$$\text{Apd } x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow \boxed{x^2 - 6x - 156 = 0}$$

13.53

$$x^2 + (\lambda - 5)x - \lambda + 4 = 0, \lambda \in \mathbb{R} \quad (1)$$

$$\alpha) \Delta = (\lambda - 5)^2 - 4(-\lambda + 4) = \lambda^2 - 10\lambda + 25 + 4\lambda - 16 = \\ = \lambda^2 - 6\lambda + 9 = (\lambda - 3)^2, \lambda \in \mathbb{R}$$

$$(1): \text{single root} \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow (\lambda - 3)^2 = 0 \Rightarrow \lambda = 3.$$

$$\beta) (1): 2 \text{ roots distinct} \Rightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ P \neq 0 \end{cases} \Rightarrow -\lambda + 4 = 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow \lambda = 3$$

$$\gamma) (1): 2 \text{ roots identical} \Rightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S = 0 \end{cases} \Rightarrow -(\lambda - 5) = 0 \Rightarrow \lambda = 5. \\ + 13.57, 13.59$$