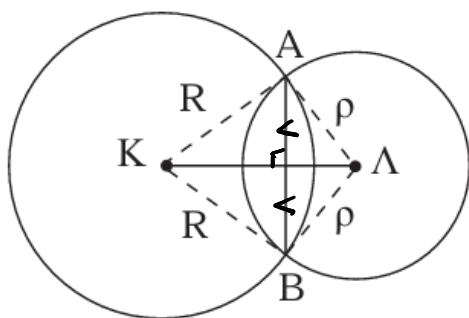


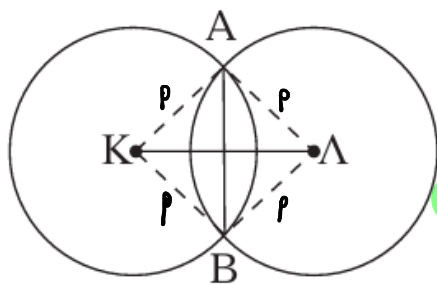
15/01/2026



$KA = KB (= R) \Rightarrow$ το K ανήκει στη μεσοκάθετο των AB
 $LA = LB (= \rho) \Rightarrow$ το Λ ανήκει στη μεσοκάθετο των AB
Από 2 σημεία διέρχεται μοναδική ευθεία,
άρα η $K\Lambda$ είναι η μεσοκάθετος των AB
δηλαδή:

ΘΕΩΡΗΜΑ

Η διάκεντρος δύο τεμνόμενων κύκλων είναι μεσοκάθετος της κοινής χορδής τους.



Στην περίπτωση που οι τεμνόμενοι κύκλοι (K, R) και (Λ, ρ) (σχ.65) είναι ίσοι, δηλαδή έχουν $R = \rho$, τότε και η κοινή χορδή είναι μεσοκάθετος της διακέντρου.

2. Χαρακτηρίστε ως σωστή (Σ) ή λάθος (Λ) καθεμία από τις επόμενες προτάσεις και αιτιολογήστε την απάντησή σας.

- i) Η διάκεντρος δύο τεμνόμενων κύκλων είναι μεσοκάθετος της κοινής χορδής. ☒ Σ ☐ Λ
- ii) Η κοινή χορδή δύο ίσων τεμνόμενων κύκλων είναι μεσοκάθετος της διακέντρου. ☒ Σ ☐ Λ
- iii) Το σημείο επαφής δύο εφαπτόμενων κύκλων είναι σημείο της διακέντρου. ☒ Σ ☐ Λ

→ εγχειρίδιος

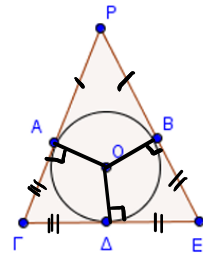
1751. Έστω ότι ο κύκλος (O, ρ) εφάπτεται των πλευρών του τριγώνου PGE στα σημεία A, Δ και B .

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. $PG = GA + AP$ (Μονάδες 6)
 ii. $PG - GA = PE - \Delta E$ (Μονάδες 8)

β) Αν $AG = BE$, να αποδείξετε ότι

- i. Το τρίγωνο PGE είναι ισοσκελές. (Μονάδες 6)
 ii. Τα σημεία P, O και Δ είναι συνευθειακά. (Μονάδες 5)

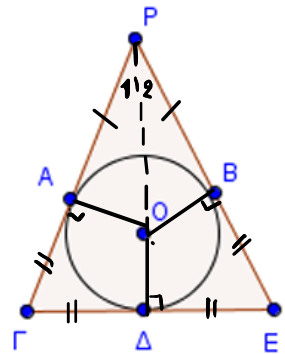


Λύση

$$\alpha) \quad \left. \begin{array}{l} \text{i) } PG = GA + AP \\ \text{ii) } PG - GA = PG - AG = PA \\ \quad \quad PE - \Delta E = PE - BE = PB = PA \end{array} \right\} \Rightarrow PG - GA = PE - \Delta E.$$

$$\beta) \quad \text{i) } PG = PA + AG = PB + BE = PE, \\ \text{άρα } \hat{PGE} : \text{ισοσκελές.}$$

ii) PA, PB : εφαπτ. τμήματα $\Rightarrow PO$: διχ $\hat{P}$
 5' επειδή $\hat{PGE}$: ισοσκελές με κορυφή P
 η διχοτομία από το P είναι και ύψος
 άρα κάθετη στην βάση οπότε $PO \perp GE$
 Όμως $OD \perp GE$. Άρα $PO \parallel OD$ και αφού έχουν κοινό
 σημείο το O προκύπτει ότι την ίδια ευθεία, άρα P, O, Δ : συνευθειακά.



1684. Έστω κύκλος με κέντρο O και ακτίνα ρ . Από σημείο εκτός του κύκλου, φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα AB και AG . Τα σημεία E και Δ είναι τα αντιδιαμετρικά σημεία των B και Γ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ABE και $AG\Delta$ είναι ίσα.

(Μονάδες 13)

β) Τα τρίγωνα $AB\Delta$ και AGE είναι ίσα.

(Μονάδες 12)

