

16/01/2026

A 4. Ποιο σημείο της ευθείας $2x - 3y = 30$ ισαπέχει από τα σημεία $A(1, 3)$ και $B(7, 9)$;
αλ. 75

Έστω $M(x, y)$ το ζητούμενο σημείο. Ισχύει $2x - 3y = 30$ (1)

Είναι $(AM) = (BM) \Rightarrow$

$$(AM)^2 = (BM)^2 \Rightarrow$$

$$(x-1)^2 + (y-3)^2 = (x-7)^2 + (y-9)^2 \Rightarrow$$

$$\cancel{x^2} - 2x + 1 + \cancel{y^2} - 6y + 9 = \cancel{x^2} - 14x + 49 + \cancel{y^2} - 18y + 81 \Rightarrow$$

$$12x + 12y - 120 = 0 \Rightarrow$$

$$x + y = 10 \quad (2)$$

$$(2) \begin{cases} 2x - 3y = 30 \\ x + y = 10 \end{cases} \cdot 3 \Rightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 30 \\ 3x + 3y = 30 \end{cases} \xrightarrow{+} 5x = 60 \Rightarrow x = 12$$

και $12 + y = 10 \Rightarrow y = -2$, άρα $M(12, -2)$.

5. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = -3$ και απέχει από την αρχή των αξόνων απόσταση ίση με 5 μονάδες.

Έστω $\varepsilon: Ax + By + \Gamma = 0$, $B \neq 0$ η ζητούμενη ευθεία.

Είναι $\lambda = -3 \Rightarrow -\frac{A}{B} = -3 \Rightarrow A = 3B$ (1), άρα $A \neq 0$

Ισχύει $d(0, \varepsilon) = 5 \Rightarrow$

$$\frac{|\Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = 5 \Rightarrow$$

$$|\Gamma| = 5\sqrt{A^2 + B^2} \xrightarrow{(1)}$$

$$|\Gamma| = 5\sqrt{10B^2} \Rightarrow$$

$$|\Gamma| = 5\sqrt{10}|B| \Rightarrow$$

$$\Gamma = 5\sqrt{10}B \text{ ή } \Gamma = -5\sqrt{10}B \quad (2)$$

• Αν $A = 3B$ και $\Gamma = 5\sqrt{10}B$, τότε $Ax + By + \Gamma = 0 \Rightarrow 3Bx + By + 5\sqrt{10}B = 0 \Rightarrow$
 $\xrightarrow{B \neq 0} \boxed{3x + y + 5\sqrt{10} = 0}$

• Αν $A=3B$ και $\Gamma=-5\sqrt{10}B$, τότε $Ax+By+\Gamma=0 \Rightarrow 3Bx+By-5\sqrt{10}B=0 \Rightarrow$
 $\xrightarrow{B \neq 0} \boxed{3x+y-5\sqrt{10}=0}$

A6. Η ευθεία $\varepsilon: 3x-2y+1=0$ είναι μεσοπαράλληλη δύο παράλληλων ευθειών ε_1 και ε_2 , που απέχουν 8 μονάδες. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών αυτών.

Έστω $M(x,y)$ ένα σημείο πάνω σε μια από τις δύο παράλληλες.
 Ισχύει: $d(M, \varepsilon) = 4 \Rightarrow$

$$\frac{|3x-2y+1|}{\sqrt{3^2+(-2)^2}} = 4 \Rightarrow$$

 $|3x-2y+1| = 4\sqrt{13} \Rightarrow$
 $3x-2y+1 = 4\sqrt{13} \quad \text{ή} \quad 3x-2y+1 = -4\sqrt{13} \Rightarrow$
 $3x-2y+1-4\sqrt{13}=0 \quad \text{ή} \quad 3x-2y+1+4\sqrt{13}=0.$
 $(\varepsilon_1) \qquad \qquad \qquad (\varepsilon_2)$

A8. Δίνονται τα σημεία $A(5,1)$ και $B(1,3)$. Να βρείτε το σημείο M του άξονα $x'x$, για το οποίο το εμβαδόν του τριγώνου MAB είναι ίσο με 7.

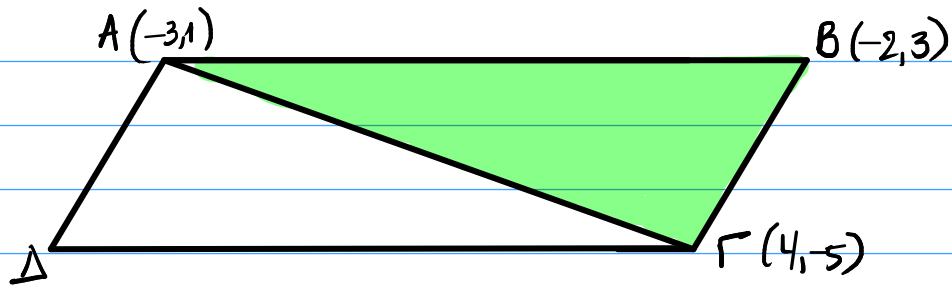
Έστω $M(x,0)$ το ζητούμενο σημείο του xx' .
 $\vec{AM} = (x-5, -1)$ και $\vec{AB} = (-4, 2)$
 Ισχύει $(MAB) = 7 \Rightarrow$

$$\frac{1}{2} |\det(\vec{AM}, \vec{AB})| = 7 \Rightarrow$$

$$\left| \begin{vmatrix} x-5 & -1 \\ -4 & 2 \end{vmatrix} \right| = 14 \Rightarrow$$

 $|2(x-5) - 4| = 14 \Rightarrow$
 $|2x-14| = 14 \Rightarrow$
 $2x-14=14 \quad \text{ή} \quad 2x-14=-14 \Rightarrow$
 $x=14 \quad \text{ή} \quad x=0$
 $\downarrow \qquad \qquad \downarrow$
 $M(14,0) \qquad M \equiv O(0,0)$

10. Ενός παραλληλόγραμμου $AB\Gamma\Delta$ οι τρεις κορυφές του έχουν συντεταγμένες $(-3,1)$, $(-2,3)$ και $(4,-5)$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του παραλληλόγραμμου.



$$\begin{aligned}\vec{AB} &= (1, 2), \quad \vec{A\Gamma} = (7, -6) \\ (AB\Gamma) &= \frac{1}{2} |\det(\vec{AB}, \vec{A\Gamma})| = \frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 7 & -6 \end{vmatrix} \right| = \frac{1}{2} |-6 - 14| = \frac{|-20|}{2} = \\ &= \frac{20}{2} = 10 \text{ τ.μ.}\end{aligned}$$

$$\text{Οπότε } (AB\Gamma\Delta) = 2 \cdot (AB\Gamma) = 2 \cdot 10 = 20 \text{ τ.μ.}$$