

19/01/2026

6ε) 75 Α 7. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου με κορυφές:
(i) $A(0,0)$, $B(6,0)$, $\Gamma(4,3)$ (ii) $A(-2,4)$, $B(2,-6)$, $\Gamma(5,4)$
(iii) $A(1,2)$, $B(3,4)$, $\Gamma(-5,-4)$.

i) $\vec{AB} = (6,0)$, $\vec{AG} = (4,3)$
 $(AB\Gamma) = \frac{1}{2} |\det(\vec{AB}, \vec{AG})| = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 6 & 0 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = \frac{18}{2} = 9 \text{ τ.μ.}$

ii) $A(-2,4)$, $B(2,-6)$, $\Gamma(5,4)$
 $\vec{AB} = (2+2, -6-4) = (4,-10)$, $\vec{AG} = (5+2, 4-4) = (7,0)$

$$(AB\Gamma) = \frac{1}{2} |\det(\vec{AB}, \vec{AG})| = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 4 & -10 \\ 7 & 0 \end{vmatrix} = \frac{70}{2} = 35 \text{ τ.μ.}$$

iii) $A(1,2)$, $B(3,4)$, $\Gamma(-5,-4)$
 $\vec{AB} = (3-1, 4-2) = (2,2)$, $\vec{AG} = (-5-1, -4-2) = (-6,-6)$

$$(AB\Gamma) = \frac{1}{2} |\det(\vec{AB}, \vec{AG})| = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ -6 & -6 \end{vmatrix} = \frac{0}{2} = 0$$

6ε) 75 Α 9. Δίνονται τα σημεία $A(3,4)$ και $B(5,-2)$. Να βρείτε το σημείο M , τέτοιο, ώστε $MA = MB$ και $(MAB) = 10$.

Έστω $M(x,y)$ το ζητούμενο σημείο.

$$\begin{aligned} \bullet \quad MA = MB &\implies (MA)^2 = (MB)^2 \implies (x-3)^2 + (y-4)^2 = (x-5)^2 + (y+2)^2 \implies \\ &\implies \cancel{x^2} - 6x + 9 + \cancel{y^2} - 8y + 16 = \cancel{x^2} - 10x + 25 + \cancel{y^2} + 4y + 4 \implies \\ &\implies 4x - 12y = 4 \implies x - 3y = 1 \implies x = 3y + 1 \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad (MAB) = 10 &\implies \frac{1}{2} |\det(\vec{AM}, \vec{AB})| = 10 \implies \\ &\implies \begin{vmatrix} 3-x & 4-y \\ 2 & -6 \end{vmatrix} = 20 \implies |-18 + 6x - 8 + 2y| = 20 \implies \\ &\implies |6x + 2y - 26| = 20 \implies |3x + y - 13| = 10 \xrightarrow{(1)} \\ &\xrightarrow{(1)} |9y + 3 + y - 13| = 10 \implies |10y - 10| = 10 \implies \end{aligned}$$

$$\Rightarrow |y-1|=1 \Rightarrow y=2 \text{ ή } y=0$$

- Αν $y=2$, τότε $(1) \Rightarrow x=3 \cdot 2+1=7$, άρα $M_1(7, 2)$
- Αν $y=0$, τότε $(1) \Rightarrow x=3 \cdot 0+1=1$, άρα $M_2(1, 0)$.

Β 10. Δίνονται τα σημεία $A(-1, -2)$ και $B(3, 1)$. Να βρείτε το σύνολο των σημείων M για τα οποία ισχύει $(MAB) = 8$

Έστω $M(x, y)$ ένα σημείο του Ευκλείδειου γεωμετρικού τόπου.

$$\vec{AM} = (x+1, y+2)$$

$$\vec{AB} = (3+1, 1+2) = (4, 3)$$

Ισχύει $(MAB) = 8 \Rightarrow$

$$\frac{1}{2} |\det(\vec{AM}, \vec{AB})| = 8 \Rightarrow$$

$$|\det(\vec{AM}, \vec{AB})| = 16 \Rightarrow$$

$$\begin{vmatrix} x+1 & y+2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 16 \Rightarrow$$

$$|3(x+1) - 4(y+2)| = 16 \Rightarrow$$

$$|3x+3-4y-8| = 16 \Rightarrow$$

$$|3x-4y-5| = 16 \Rightarrow$$

$$3x-4y-5=16 \text{ ή } 3x-4y-5=-16 \Rightarrow$$

$$3x-4y-21=0 \text{ ή } 3x-4y+11=0$$

(ε_1)

(ε_2)

Άρα ο γε.τ. των σημείων M είναι το ζεύγος των παραλλήλων ευθειών ε_1 και ε_2 .