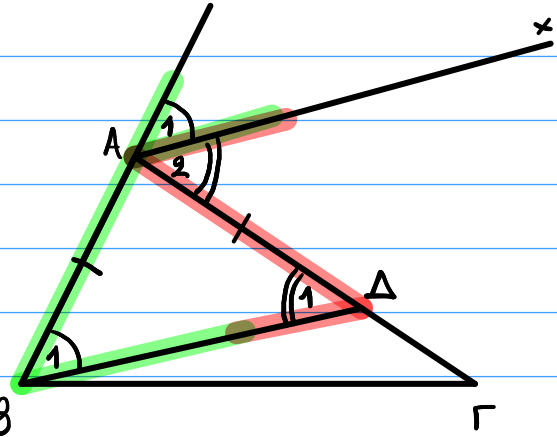


27/01/2026

Α3. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$ και η εξωτερική διχοτόμος του Ax . Από την κορυφή B φέρουμε $B\Delta // Ax$ που τέμνει την $A\Gamma$ στο Δ . Να αποδείξετε ότι $\Delta\Gamma = A\Gamma - AB$.



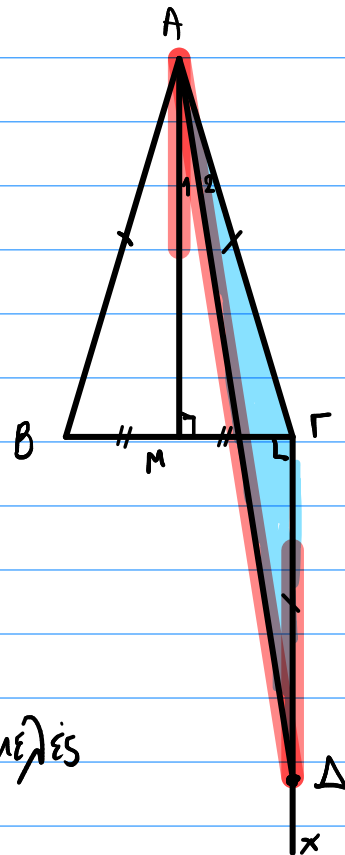
$\hat{A}_1 = \hat{B}_1$ ως εντός εντός & επί τα αυτά των $Ax // B\Delta$ που τέμνονται από την AB .

$\hat{A}_2 = \hat{\Delta}_1$ ως εντός εναντίως των $Ax // B\Delta$ που τέμνονται από την $A\Gamma$.

Ax : εξωτ. διχ. $\hat{A} \rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2$ άρα από τις δύο τελευταίες σχέσεις έχουμε $\hat{B}_1 = \hat{\Delta}_1 \rightarrow \triangle AB\Delta : \text{ισοσκελές με βάση } B\Delta \Rightarrow AB = A\Delta$.

Άρα $\Delta\Gamma = A\Gamma - A\Delta = A\Gamma - AB$.

Α1. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και η διάμεσος του AM . Φέρουμε $\Gamma x \perp B\Gamma$ προς το ημιεπίπεδο που δεν ανήκει το A και παίρνουμε σε αυτή τμήμα $\Gamma\Delta = AB$. Να αποδείξετε ότι η $A\Delta$ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{M}\hat{A}\hat{\Gamma}$.

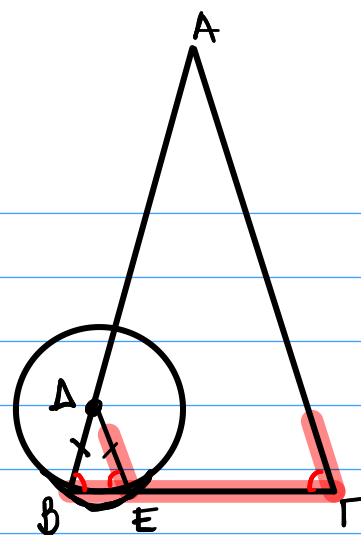


$\left. \begin{array}{l} \triangle AB\Gamma (AB = A\Gamma) \Rightarrow AM: \text{ύψος} \Rightarrow \\ AM: \text{διάμεσος} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} AM \perp B\Gamma \\ \Gamma x \perp B\Gamma \end{array} \Rightarrow AM // \Gamma x$

$\left. \begin{array}{l} \Gamma\Delta = AB \\ AB = A\Gamma \end{array} \right\} \Rightarrow \Gamma\Delta = A\Gamma$ άρα το $\triangle A\Gamma\Delta$ ισοσκελές
οπότε $\hat{A}_2 = \hat{\Delta}$.

$\hat{A}_1 = \hat{\Delta}$ ως εντός εναντίως των $AM // \Gamma x$ που τέμνονται από την $A\Delta$.
Άρα $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ οπότε $A\Delta$: διχοτόμος $\hat{M}\hat{A}\hat{\Gamma}$.

Ε 4. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και σημείο Δ της πλευράς AB . Αν ο κύκλος $(\Delta, \Delta B)$ τέμνει τη $B\Gamma$ στο E , να αποδείξετε ότι $\Delta E \parallel A\Gamma$.

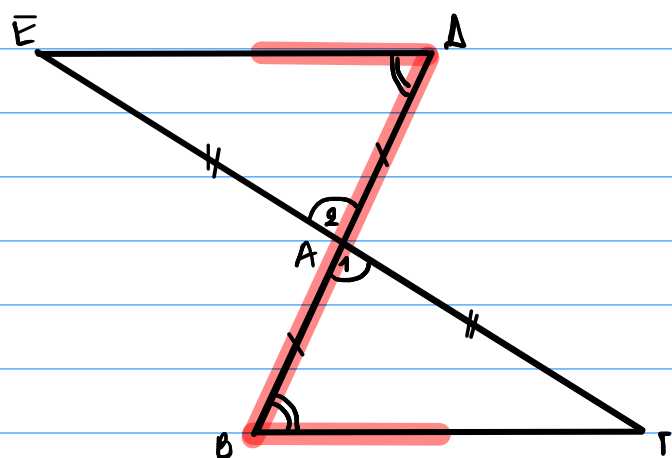


$B\Delta = \Delta E = r$ άρα $\hat{\Delta B E} : \text{ισογώνιες}$
 οπότε $\hat{B} = \hat{\Delta E B}$

$\hat{A B \Gamma} : \text{ισογώνιες (AB=AΓ)} \Rightarrow \hat{B} = \hat{\Gamma}$

Άρα $\hat{\Delta E B} = \hat{\Gamma}$ άρα $\Delta E \parallel A\Gamma$ διὰ τεμνόμενες ἀπὸ τὴν $B\Gamma$ σχηματίζονται ἐντὸς ἐκτὸς ἢ ἐπὶ τα αὐτὰ ἴσες.

Ε 5. Στις προεκτάσεις των πλευρών BA , ΓA τριγώνου $AB\Gamma$ παίρνουμε αντίστοιχα τα τμήματα: $A\Delta = AB$ και $A E = A\Gamma$. Να αποδείξετε ότι $\Delta E \parallel B\Gamma$.



$$\begin{array}{l} \hat{A B \Gamma}, \hat{A \Delta E} \\ \left. \begin{array}{l} AB = A\Delta \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ \text{(κατασκευασμένο)} \\ A\Gamma = AE \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{π.γ.π.}} \hat{A B \Gamma} = \hat{A \Delta E} \\ \Downarrow \\ \hat{B} = \hat{\Delta} \end{array}$$

άρα $B\Gamma \parallel \Delta E$ γιατί τεμνόμενες ἀπὸ τὴν $B\Delta$ σχηματίζονται δύο ἐντὸς ἐναλλάξ γωνίες ἴσες.